

Pemodelan Gerak Belok *Steady State* dan *Transient* pada Kendaraan Empat Roda

Yansen Prayitno dan Unggul Wasiwitono

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: unggul@me.its.ac.id

Abstrak—Kemajuan pesat di bidang industri kendaraan harus diimbangi oleh kemajuan ilmu pengetahuan bidang otomotif, khususnya pada bidang simulasi dinamika kendaraan. Hasil simulasi dari pemodelan dinamika kendaraan dapat digunakan untuk mengetahui respon dan karakteristik kendaraan terhadap perintah pengemudi maupun gangguan jalan. Untuk melakukan simulasi tersebut, dibutuhkan sebuah model dinamis yang dapat merepresentasikan sebuah kendaraan, dimana model tersebut tersusun dari persamaan-persamaan matematis yang bersesuaian. Pada tugas akhir ini dilakukan pemodelan gerak belok kendaraan empat roda, dengan menggunakan jenis pemodelan kendaraan *single-track*. Gerak belok kendaraan dianalisa pada dua kondisi, yaitu kondisi *steady-state* dan *transient*. Input dari model dinamis yang dibuat adalah nilai dari parameter kendaraan (meliputi massa, inersia, letak pusat massa, dan kekakuan belok ban), kecepatan kendaraan konstan, dan sudut kemudi roda depan. Model dinamis gerak belok kendaraan yang telah dibuat dapat menampilkan karakteristik kemudi kendaraan (*understeer*, *neutralsteer*, dan *oversteer*), grafik respon variabel gerak belok kendaraan (radius belok, *yaw rate*, dan sudut slip), besarnya kecepatan kritis kendaraan, serta visualisasi lintasan belok kendaraan. Hasil simulasi model dinamis kendaraan telah sesuai bila merujuk dari penelitian model *single-track* dan mempunyai ketidaksesuaian 30-60% jika dibandingkan dengan penelitian model *twin-track*.

Kata Kunci— gerak belok, model dinamis, *single-track*, *steady state*, *transient*.

I. PENDAHULUAN

DINAMIKA Kendaraan (*Vehicle Dynamics*) merupakan salah satu bidang studi teknologi otomotif yang memanfaatkan ilmu kinematika dan dinamika untuk menganalisis gaya-gaya yang terjadi pada gerak kendaraan, baik gerak translasi (longitudinal, lateral, dan vertikal) maupun rotasi (*rolling*, *pitching*, dan *yawing*). Analisis dinamika gaya-gaya tersebut dibutuhkan untuk mengetahui karakteristik kendaraan yang terjadi sebagai hasil/respon dari perintah pengemudi (*driver*). Untuk melakukan analisis tersebut, dibutuhkan sebuah model dinamis yang cukup merepresentasikan kendaraan yang bersangkutan, dimana sebuah model tersebut tersusun dari persamaan-persamaan matematis yang bersesuaian [1].

Terbatasnya lisensi berbagai perangkat lunak yang telah ada untuk dunia pendidikan melatarbelakangi dibuatnya sebuah alat hitung untuk menganalisis perilaku kendaraan empat roda. Tugas akhir ini berfokus pada pembuatan model dinamis gerak

belok kendaraan. Jenis pemodelan kendaraan yang dipakai adalah model *single track*. Model *single track* dapat menunjukkan fenomena gerak belok kendaraan melalui tiga variabel, yaitu radius belok, *yaw rate*, dan sudut slip. Ketiga variabel gerak belok inilah yang akan menentukan perilaku dan karakteristik kemudi suatu kendaraan.

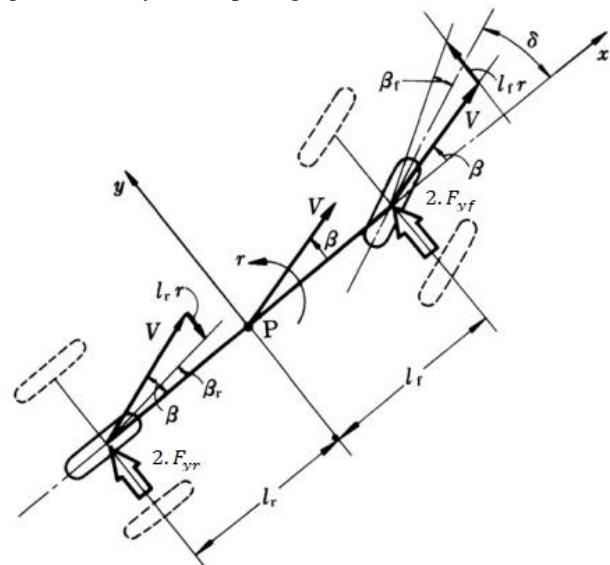
II. METODOLOGI PEMODELAN

A. Free Body Diagram Model Kendaraan Single Track

Dibutuhkan beberapa asumsi untuk menyederhanakan sebuah sistem multibodi kendaraan kompleks menjadi model *single-track* yang lebih sederhana. Asumsi tersebut antara lain:

- Kecepatan kendaraan konstan, tidak ada akselerasi dan deselerasi secara mendadak.
- Kekakuan sistem suspensi pada saat berbelok diabaikan
- Tidak ada gerak *rolling* dan *pitching*.
- Sudut camber pada roda kendaraan diabaikan.
- Perilaku dan karakteristik ban linier.

Dengan asumsi-asumsi diatas, *free body diagram* model *single-track* dinyatakan pada gambar 1.



Gambar 1. *Free body diagram* pada model kendaraan *single-track*[2]

Persamaan gaya dan momen yang bersesuaian dari *free body diagram* pada gambar 1 antara lain :

$$\sum F_y = m \cdot \ddot{R}_y$$

$$2.F_{yf} + 2.F_{yr} = m.V(\dot{\beta} + r)$$

$$-2.K_f.\beta_f - 2.K_r.\beta_r = m.V\left(\frac{d\beta}{dt} + r\right) \quad (1)$$

$$\sum M_z = I.\frac{dr}{dt}$$

$$2.l_f.F_{yf} - 2.l_r.F_{yr} = I.\frac{dr}{dt}$$

$$-2.l_f.K_f.\beta_f + 2.l_r.K_r.\beta_r = I.\frac{dr}{dt} \quad (2)$$

dimana perumusan sudut slip roda depan dan belakang :

$$\beta_f = \beta + l_f.r/V - \delta \quad (3)$$

$$\beta_r = \beta - l_r.r/V \quad (4)$$

Persamaan (1) dan (2) adalah persamaan gerak untuk mendeskripsikan gerak bidang kendaraan pada model *single-track*. Untuk mengetahui respon variabel gerak belok kendaraan berupa sudut slip (β) dan *yaw rate* (r), dibutuhkan nilai dari parameter kendaraan yang dipakai seperti berikut (ilustrasi parameter kendaraan pada gambar 2):

- Massa dan inersia kendaraan (m dan I)
- Kecepatan kendaraan (V) dan sudut kemudi roda (δ)
- Kekakuan belok (*cornering stiffness*) ban (K_f dan K_r)
- Letak CG kendaraan (l_f dan l_r)

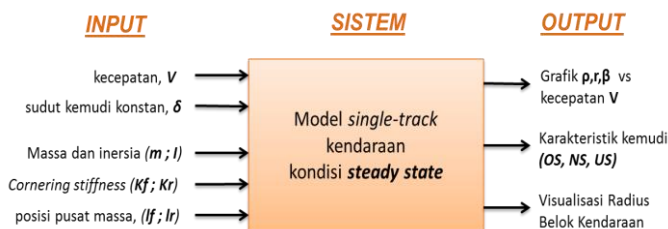
B. Pemodelan Kendaraan Single Track kondisi Steady State

Pada kondisi *steady-state*, perubahan karakteristik kendaraan (*yaw rate* dan sudut slip) terhadap waktu diabaikan ($\frac{d\beta}{dt} = 0$; $\frac{dr}{dt} = 0$). Penyederhanaan kondisi *steady-state* diatas disubstitusikan kedalam persamaan (1) dan (2) dan didapatkan persamaan output variabel gerak belok kendaraan berupa radius belok (ρ), *yaw rate* (r), dan sudut slip (β) pada persamaan (5)—(7).

$$\rho = \left(1 - \frac{m}{2l^2} \frac{l_f K_f - l_r K_r}{K_f K_r} V^2\right) \frac{l}{\delta} \quad (5)$$

$$r = \frac{1}{1 - \frac{m}{2l^2} \frac{l_f K_f - l_r K_r}{K_f K_r} V^2} \frac{V}{l} \delta \quad (6)$$

$$\beta = \left(\frac{1 - \frac{m}{2l} \frac{l_f}{l_r K_r} V^2}{1 - \frac{m}{2l^2} \frac{l_f K_f - l_r K_r}{K_f K_r} V^2}\right) \frac{l_r}{l} \delta \quad (7)$$



Gambar 2. Input-output pada pemodelan *steady state*

Diagram input output dari model kendaraan *single-track* kondisi *steady state* dinyatakan pada gambar 2.

C. Pemodelan Kendaraan Single Track kondisi Transient

Pada analisis gerak belok kondisi *transient*, perubahan variabel gerak belok terhadap waktu tidak diabaikan layaknya sub-bagian II.B, $\frac{d\beta}{dt} \neq 0$; $\frac{dr}{dt} \neq 0$, sehingga analisis yang dilakukan lebih mendekati keadaan nyata/aktual. Persamaan (1) dan (2) disusun ulang menjadi

$$mV \frac{d\beta}{dt} + 2(K_f + K_r)\beta + C1.r = 2.K_f.\delta \quad (8)$$

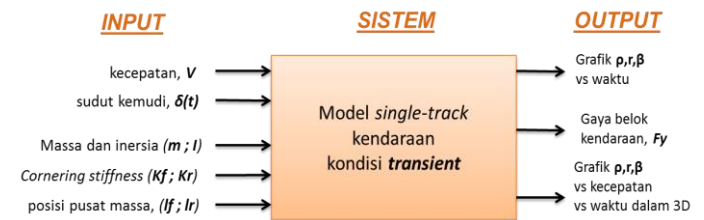
$$I \frac{dr}{dt} + 2(l_f K_f - l_r K_r)\beta + C2.r = 2.l_f.K_f.\delta \quad (9)$$

dimana

$$C1 = mV + \frac{2}{V}(l_f K_f - l_r K_r) \quad (10)$$

$$C2 = \frac{2}{V}(l_f^2 K_f + l_r^2 K_r) \quad (11)$$

Ruas kiri dari persamaan (8) dan (9) mendeskripsikan karakteristik gerak belok kendaraan, sebagai respon dari sudut kemudi, δ yang terletak pada ruas kanan persamaan. Pada kondisi *transient*, dimungkinkan penggunaan sudut kemudi yang bervariasi terhadap waktu $\delta(t)$, sesuai dengan gerakan tangan pengemudi pada keadaan nyata. Gambar 3 menunjukkan diagram input output dari model *single-track* kondisi *transient*.



Gambar 3. Input-Output pada Pemodelan *Transient*

III. VALIDASI MODEL

A. Model Dinamis Gerak Belok Kondisi Steady State

Hasil dari model dinamis gerak belok kendaraan *single track* kondisi *steady state* berupa serangkaian kode pemrograman dan perintah fungsi yang disusun pada software numerik berdasarkan persamaan (5)—(7) yang telah didapatkan dari *free body diagram* kendaraan (sub-bagian II.A). Kode pemrograman disusun sehingga dapat menunjukkan hubungan radius belok (ρ), *yaw rate* (r), dan sudut slip (β) sebagai fungsi dari nilai parameter kendaraan, sudut kemudi, dan kecepatan kendaraan sebagai input.

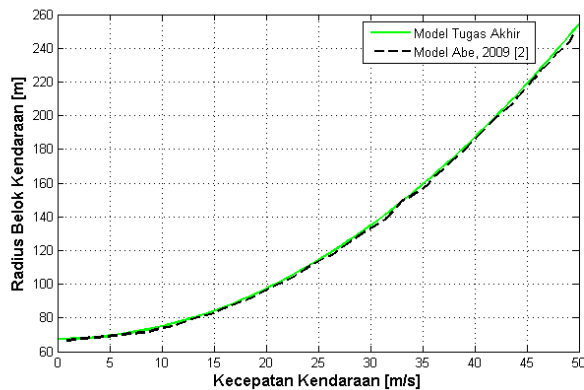
$$[\rho, r, \beta] = f(m, l_f, l_r, K_f, K_r, \delta, V)$$

Agar perintah fungsi pemodelan dapat dijalankan, nilai dari parameter-parameter kendaraan yang dibutuhkan harus terlebih dahulu didefinisikan. Tabel 1 menunjukkan nilai parameter kendaraan uji dari literatur [2].

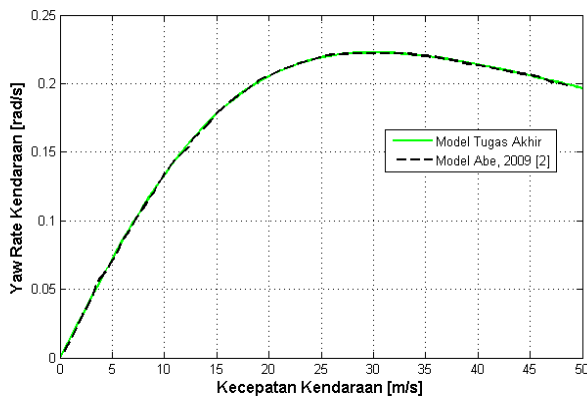
Tabel 1.

Parameter kendaraan yang digunakan pada analisis <i>steady state</i> [2]		
Nilai Parameter Kendaraan Uji (Abe, 2009) [2]		
Parameter		Nilai
Massa [kg]	m	1500
Dimensi [m]	l_f	1.1
	l_r	1.6
	l	2.7
Cornering Stiffness [N/rad]	roda depan, K_f	55000
	roda belakang, K_r	60000
Sudut Kemudi [rad]	δ	0.04 (konstan)
Kecepatan Kendaraan [m/s]	V	0 s/d 50
Steer Characteristic [N.m/rad]	$(l_f K_f - l_r K_r)$	-35500

Nilai parameter kendaraan pada tabel 1 dimasukkan pada model dinamis *steady state* dan didapatkan hasil pada gambar 4—6.

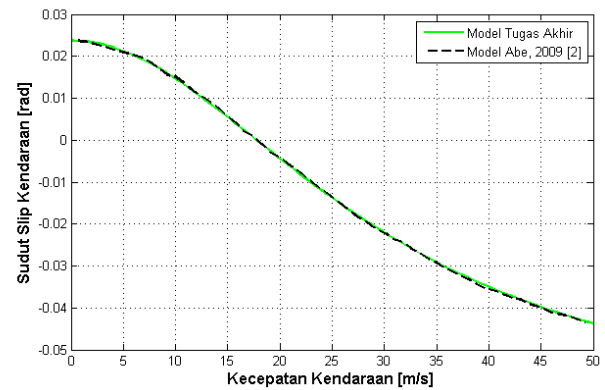


Gambar 4. Grafik radius belok vs kecepatan kendaraan uji



Gambar 5. Grafik yaw rate vs kecepatan kendaraan uji

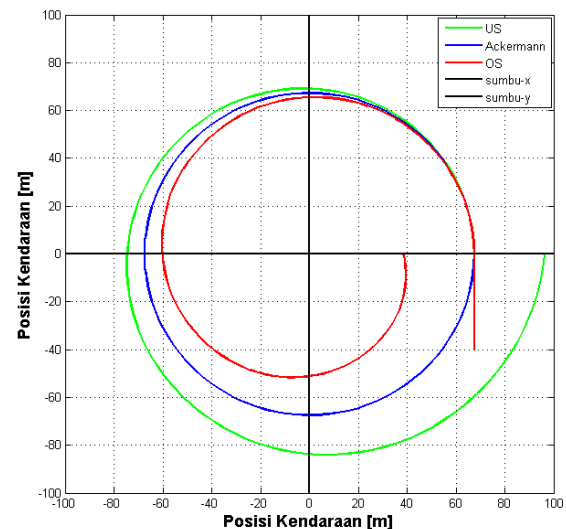
Terdapat dua buah kurva pada masing-masing grafik pada gambar 4—6, kurva hasil pemodelan *steady state* (warna hijau) dan kurva hasil studi kasus pada literatur [2] sebagai validasi (warna hitam). Karakteristik variabel gerak belok pada ketiga gambar tersebut menunjukkan bahwa kendaraan uji pada Tabel 1 mempunyai karakteristik kemudi *understeer*, sesuai dengan nilai perhitungan karakteristik kemudi (SC) yang bernilai negatif.



Gambar 6. Grafik sudut slip vs kecepatan kendaraan uji

Pada ketiga grafik diatas, hasil pemodelan *steady state* (kurva hijau) berhimpit dengan hasil pada literatur [2] (kurva hitam). Hal ini menunjukkan bahwa hasil dari pemodelan kondisi *steady state* telah sesuai dan tervalidasi oleh literatur [2], dengan nilai *error* yang hampir mendekati nol.

Selain dinyatakan dengan grafik radius, yaw rate, dan sudut slip pada gambar 4—6, pemodelan *steady state* yang telah dibuat juga dapat menunjukkan visualisasi lintasan belok kendaraan *understeer*, *neutralsteer*, dan *oversteer* berdasarkan data nilai radius belok.

Gambar 7. Visualisasi perbandingan lintasan belok kendaraan *understeer*, *neutralsteer*, dan *oversteer*

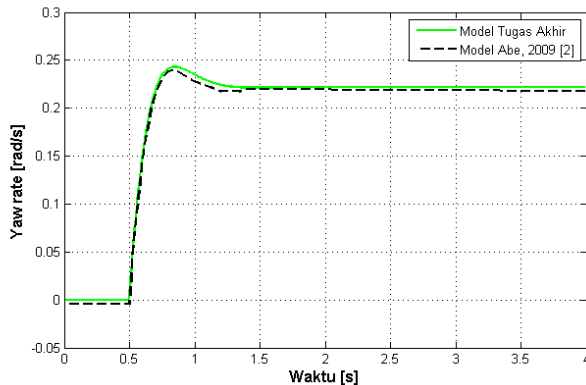
B. Model Dinamis Gerak Belok Kondisi Transient

Hasil dari model dinamis gerak belok kendaraan *single track* kondisi *transient* berupa serangkaian kode pemrograman dan blok diagram yang disusun pada software numerik berdasarkan persamaan (8) dan (9) yang telah didapatkan dari *free body diagram* kendaraan (sub-bagian II.A). kode pemrograman disusun sehingga dapat mendefinisikan nilai parameter kendaraan, input kecepatan dan sudut kemudi, sekaligus nilai parameter simulasi (lama waktu simulasi, *meshing* waktu, dll). Nilai parameter kendaraan yang digunakan dirujuk dari literatur [2] pada Tabel 2.

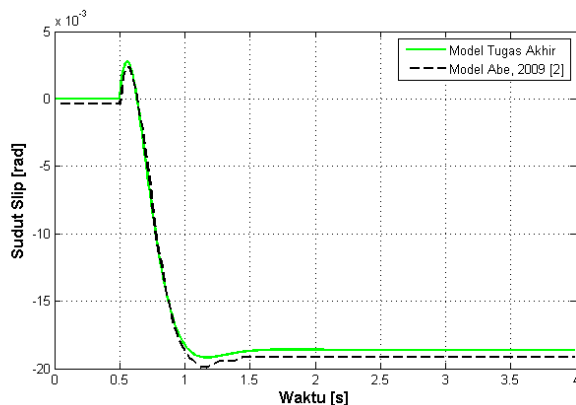
Tabel 2.

Parameter kendaraan yang digunakan pada analisis <i>transient</i>		
Nilai Parameter Kendaraan Uji (Abe, 2009) [2]		
Parameter		Nilai
Massa [kg]	m	1500
	l_f	1.1
Dimensi [m]	l_r	1.6
	l	2.7
Cornering Stiffness [N/rad]	roda depan, K_f	55000
	roda belakang, K_r	60000
Sudut Kemudi [rad]	δ	0.04
		Step Input
Kecepatan Kendaraan [km/jam]	V	100
Steady State Steer Characteristic [N.m/rad]	$(l_f K_f - l_r K_r)$	-35500

Dengan jenis input sudut kemudi berupa step input 0,04 radian, diperoleh hasil berupa grafik respon *yaw rate* dan sudut slip kendaraan terhadap waktu simulasi, 4 detik (gambar 8 dan 9).

Gambar 8. Grafik respon *yaw rate* kendaraan uji terhadap waktu

Trenline kurva respon *yaw rate* berupa sistem *underdamped*, dimana nilai *yaw rate* meningkat dari 0 menuju nilai puncak 0.243 rad/s, lalu turun dan mencapai nilai saturasi pada detik ke 1.5 dan nilai *yaw rate* sebesar 0.22 rad/s.



Gambar 9. Grafik respon sudut slip kendaraan uji terhadap waktu

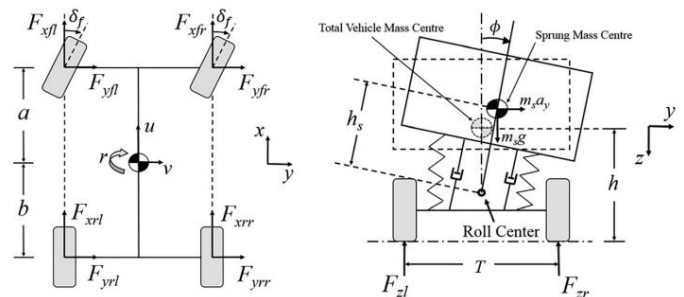
Sedangkan trenline respon sudut slip kendaraan (gambar 9) hampir sama dengan respon *yaw rate*, namun bertanda negatif. Nilai sudut slip kendaraan bertanda positif pada detik awal

simulasi, sebagai efek dari input sudut kemudi yang berupa step. Nilai sudut slip absolut terbesar yaitu 0.0192 radian dan mencapai nilai saturasi sebesar 0.0168 radian. Dari nilai saturasi sudut slip inilah dapat dihitung nilai gaya belok kendaraan (F_{yf} dan F_{yr}). Gaya belok pada ban depan (F_{yf}) adalah 2740.3 N, sedangkan gaya belok pada ban belakang kendaraan (F_{yr}) adalah 1884 N.

Pada kedua grafik diatas masing-masing terdapat dua buah kurva, kurva hasil simulasi pemodelan *transient* (warna hijau) dan kurva hasil studi kasus pada literatur [2] yang digunakan untuk validasi (warna hitam, garis putus). Semua nilai dari parameter kendaraan sudah disetting sama dengan nilai pada literatur [2]. Seperti yang terlihat pada kedua gambar, kurva hijau dan hitam menunjukkan trenline yang sama dan hampir saling berhimpit, dengan nilai ketidaksesuaian (*error*) sebesar 3%. Nilai *error* ini dapat disebabkan oleh perbedaan jenis *software* numerik dan juga perbedaan konfigurasi parameter simulasi (seperti metode penyelesaian persamaan diferensial, ukuran meshing waktu simulasi, dll).

C. Perbandingan Model Single-Track dengan Model Twin-Track

Rujukan [3] melakukan penelitian pengaruh penggunaan *gyroscope* pada kendaraan, dengan menggunakan jenis pemodelan *twin track* kondisi *transient*. Kendaraan dimodelkan sebagai sistem 9 derajat kebebasan (9 DOF) dengan pemodelan ban non-linier, seperti pada gambar 10.

Gambar 10. Model *twin-track* 8 DOF non linier kendaraan[3]

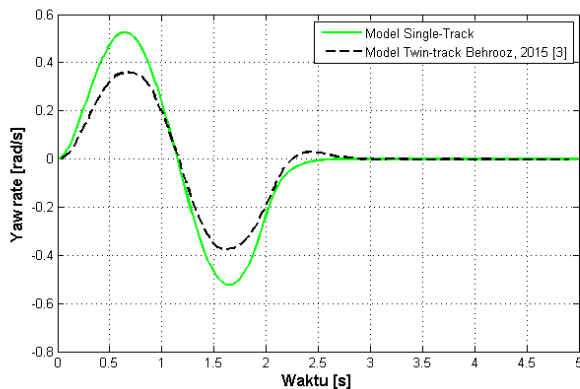
Pada pemodelan *twin track* memasukkan peranan kekakuan sistem suspensi depan dan belakang serta pengaruh ketinggian pusat massa kendaraan. Sehingga pada model *twin track*, dilengkapi dengan analisis gerak guling (*rolling*), yang diabaikan pada pemodelan *single track*.

Tabel 3.

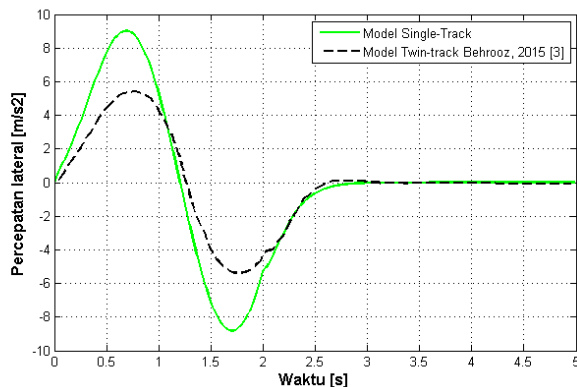
Parameter kendaraan yang digunakan pada model *twin track* [3]

Nilai Parameter Kendaraan Uji (Behrooz, 2015) [3]		
Parameter		Nilai
Massa [kg]	m	1300
Inersia [kg.m ²]	I	2500
Letak CG [m]	l_f	1.2
	l_r	1.3
	l	2.5
Ketinggian CG [m]	h	0.5
Track [m]	t	1.4
Cornering Stiffness [N/rad]	roda depan, K_f	46000
	roda belakang, K_r	46000
Sudut Kemudi [rad]	δ	Double Lane Change
Kecepatan [m/s]	V	20

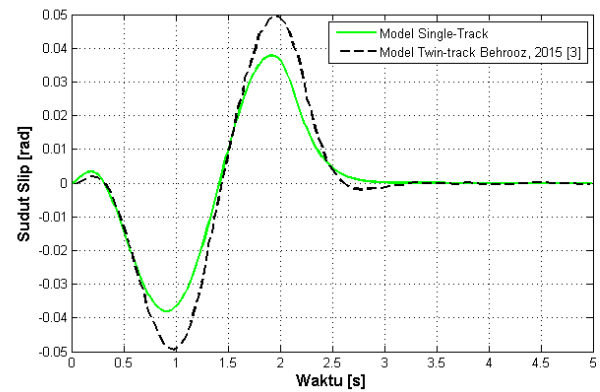
Model kendaraan *single track* yang telah dibuat akan dibandingkan dengan model *twin track* non linier [3], yang merupakan dua tingkat lebih kompleks dibandingkan model *single track*. Tabel 3 menunjukkan parameter kendaraan yang dipakai pada rujukan [3]. Dengan jenis input sudut kemudi *double lane change*, diperoleh hasil berupa grafik respon *yaw rate*, percepatan lateral, dan sudut slip kendaraan terhadap waktu simulasi, 5 detik (gambar 11 (a) —(c)).



(a) Respon Yaw Rate



(b) Respon percepatan lateral



(c) Respon sudut slip

Gambar 11. Grafik perbandingan hasil model *single track* dengan *twin track*

Ketiga grafik pada gambar 11 masing-masing mempunyai dua buah kurva, kurva hasil model *single track* (warna hijau) dan kurva hasil model *twin track* (warna hitam). Dilihat dari karakteristik respon ketiga variabel gerak belok (*yaw rate*, percepatan lateral, dan sudut slip), hasil model *single track* belum sesuai dengan hasil model *twin track*, dengan nilai ketidaksesuaian (*error*) sebesar 30-60%. Respon *yaw rate* dan percepatan lateral kendaraan dengan model *single track* bernilai lebih besar, sedangkan pada respon sudut slip bernilai lebih kecil dibandingkan dengan hasil model *twin track*. Namun secara trenline kurva, hasil dari pemodelan *single track* (kurva hijau) sudah dapat menyerupai trenline kurva hasil model *twin track*. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa model *single track* kendaraan sudah mampu untuk memprediksi karakteristik respon kendaraan (dari trenline kurva), namun belum dapat menghasilkan nilai variabel gerak belok secara akurat, dengan nilai ketidaksesuaian (*error*) sebesar 30-60%.

IV. KESIMPULAN

Dari penyusunan model beserta analisis pada tugas akhir ini, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut :

- 1) Telah berhasil dibuat sebuah model dinamis untuk menganalisis gerak belok kendaraan dalam kondisi *steady state*. Pemodelan pada kondisi *steady state* menghasilkan output berupa grafik variabel gerak belok (radius, *yaw rate*, dan sudut slip) terhadap kecepatan kendaraan, serta visualisasi lintasan belok dan karakteristik kemudi kendaraan.
- 2) Selain itu, juga telah dibuat sebuah model dinamis untuk menganalisis gerak belok kendaraan dalam kondisi *transient*. Pemodelan pada kondisi *transient* menghasilkan output simulasi berupa grafik respon *yaw rate* dan sudut slip terhadap waktu pada range kecepatan tertentu serta gaya belok kendaraan.
- 3) Model kendaraan *single-track* yang dibuat pada penelitian sudah dibandingkan dengan model *twin-track* yang lebih kompleks. Dan diperoleh hasil bahwa model *single-track* sudah mampu memprediksi trenline dari respon *yaw rate*, percepatan lateral, dan sudut slip, namun belum dapat menampilkan nilai secara akurat dengan nilai ketidaksesuaian sebesar 30-60%.

NOMENKLATUR

β	= sudut slip kendaraan	[rad]
β_f	= sudut slip roda depan kendaraan	[rad]
β_r	= sudut slip roda belakang kendaraan	[rad]
δ	= sudut kemudi roda depan kendaraan	[rad]
F_{yf}	= gaya lateral yang terjadi pada roda depan kendaraan	[N]
F_{yr}	= gaya lateral yang terjadi pada roda belakang kendaraan	[N]
I	= inersia sumbu-z kendaraan	[kg/m ²]
K_f	= <i>cornering stiffness</i> roda depan	[N/rad]
K_r	= <i>cornering stiffness</i> roda belakang	[N/rad]
l	= jarak antara roda depan dan roda belakang kendaraan	[m]
l_f	= jarak antara pusat massa (CG) dan roda depan kendaraan	[m]
l_r	= jarak antara pusat massa (CG) dengan roda belakang kendaraan	[m]
m	= massa kendaraan	[kg]
R	= vektor posisi kendaraan pada bidang xy	[m]
\ddot{R}	= vektor percepatan kendaraan pada bidang xy	[m/s ²]
r	= <i>yaw rate</i> kendaraan	[rad/s]
ρ	= radius belok kendaraan	[m]
V	= kecepatan kendaraan	[m/s]
V_c	= kecepatan kritis pada kendaraan dengan karakteristik <i>oversteer</i>	[m/s]

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Schramm, Dieter. 2014. *Vehicle Dynamics, Modeling and Simulation*. Springer : Heidelberg, Germany.
- [2] Abe, Masato. 2009. *Vehicle Handling Dynamics*. Elsevier Ltd : Oxford, UK.
- [3] Mashadi, Behrooz. Gowdini, Meysam. 2015. *Vehicle Dynamics Control by Using Active Gyroscopic Device*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 121007 / Vol. 137.